「海一自然と文化」東海大学紀要海洋学部　第２巻第２号　77-80頁（2004）
Journal of The School of Marine Science and Technology, Vol.2 No.2 pp. 77-80, 2004

量子力学の多世界解釈について

松野俊一*1

A Short Note on Many World Interpretation of Quantum Mechanics

Shunichi MATSUNO

Abstract

An short discussion on many world interpretation (MWI) of quantum mechanics which was first introduced by H. Everett (Everett, 1957) is given. Consistency of reality within MWI is obtained by distinguishing variables obeying classical logic from which quantum-mechanical character cannot be omitted.

第一節　序

来年（2005年）で，物質のミクロな運動を支配する力学，量子力学がきちんとした数学的形式で定式化されてから80年に達するわけだが，その解釈に関しては未だに万人が認める明快なものは得られていない．一方で所謂コペンハーゲン解釈というものを素朴に，量子力学の方程式の解に適用した結果は今のところあらゆる実験結果を矛盾無く説明できていることも確かである．にも拘わらず多くの物理学者が，自分たちの行為に何か釈然としないものを感じているのも確かであろう．それは量子力学の基本方程式であるシュレーディンガー方程式を解くだけでは我々の通常の直感に訴える結果が得られないことに起因する．ニュートン方程式においては，方程式の解が与えられたなら，すぐに様々な情報を引き出せるのに対し，量子力学においては得られた解を我々が経験的に得た方法で「解釈」することにより初めて有用な物理的な結果に引き落とせるのである．その「解釈」の過程が明確ならともかく何となく不明瞭であるために多くの物理学者が「量子力学は未だ理論形式として完全でない」という感覚をいだくのである．

本小論では，まず上記の，量子力学の「不明瞭さ」がどの点にあるのかを簡単に解説し，その一つの解決法としてEverett (Everett. 1957) によって提案され，その後様々な人々によって改良された「量子力学の多世界解釈」と呼ばれる理論の解説を行う．この理論は簡単に言うと，量子力学の方程式を無制限に信用するものであり，我々の知覚は「現実世界」の一部しか捉えられていない，と考えるものである．

第二節　波束の収縮

量子力学においては物体の状態の時間発展はシュレーディンガー方程式 $i\hbar\dfrac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi$ を解くことにより得られることになっている．しかしながら，この方程式によって得られる波動関数 ψ は物理量ではなく，物理量 A の値を求めるためにはそれに対応するヒルベルト空間上の自己共役演算子 $\boldsymbol{A}$ の ψ による期待値 $<\psi\boldsymbol{A}\psi>$ を求める必要があることが知られている．さて，この時波動関数が $\boldsymbol{A}$ の固有関数ならばその期待値は $\boldsymbol{A}$ の固有値そのものに他ならないが，ψ が $\boldsymbol{A}$ の固有関数系 $\{\phi_n, n=1,2,\cdots\}$ を用いて $\psi=\sum_n a_n\phi_n$ と展開されるならば，物理量 A の測定の際には対応する演算子 $\boldsymbol{A}$ の固有値（α_n は ϕ_n の固有値）のいずれかが観測され，固有値 α_n が測定される確率は $|a_n|^2$ によって与えられる，というのが量子力学の標準的処方箋である．さて，この処方箋が正しく機能することは数々の実験結果によって支持されているのだが，問題は A の測定前後において波動関数 ψ がいかなる挙動を示すか？と言うところにある．A を測定した結果 α_n という値が得られたものとすると，その後何らかの擾乱の働かない内にもう一度 A を測定すると再び α_n という結果が得られることが

2004年９月13日受理
＊1　清水教養教育センター（General Education Program Certer, Shimiju Campus）

判明している．このことはもともと ψ という状態にあった波動関数が，A を測定するという行為の結果 ϕ_n という波動関数に変化したことを強く示唆する．（この変化 $\psi\to\phi_n$ を「波束の収縮」と称する）このことからフォン・ノイマンはその著「量子力学の数学的基礎」において最早何らかの測定以降は純粋な量子力学の方程式を解くことはあきらめ，その後の状態変化は各 ϕ_n が系のハミルトニアンに従って $i\hbar\dfrac{\partial\phi_n}{\partial t}=H\phi_n$ と変化するものとし，それらが確率 $|a_n|^2$ で混ざり合っているものとして現象を解釈すべきだ，と主張した．すなわち A の測定の後，B を測定するならば，B に対応する演算子 $\boldsymbol{B}$ の固有関数系を $\{\varphi_n\}$，固有値を $\{\beta_n\}$ として，各 ϕ_n が $\phi_n=\sum_m b_{nm}\varphi_m$ と展開されるならば B の測定値として β_m が得られる確率は A の測定を行ったものの，その結果を記録しなかった場合は $\sum_n|a_n|^2|b_{nm}|^2$ で，A の測定を行い，かつ α_n という結果を得た場合は $|b_{nm}|^2$ で与えられる，と考えたのである．この結論，すなわち B の測定によって如何なる量が得られるか？については実験的に正しいことが認められているが今なお議論の種になっているのはこの「処方箋」の**理論としての整合性**である．すなわちシュレーディンガー方程式こそが量子力学の根本方程式である，といいながら物理量の測定行為に関しては方程式の適用外とする，という態度が不純である，というわけである．測定装置自身も物質である以上，被測定物質と，測定装置を含めた全体の系に対するシュレーディンガー方程式を解けば物理量，A の測定の際 α_n が確率 $|a_n|^2$ で観測されることが合理的に導けるのではないか，そして A の測定後波動関数が **$\boldsymbol{\phi_n}$ に変化すること**が合理的に導けるのではないか？という考えがフォン・ノイマンの前述の提唱以来すぐに生じた．しかし未だにこの考えを実際に証明した者はいない．それも当然のことで，A の測定の結果どのような値 α_n が得られるかは全く定まっていなく，従って $\psi\to\phi_n$ なる変化（波束の収縮）は偶然に支配されているからである．つまり測定装置を含めた全体の時間発展を記述するシュレーディンガー方程式を解くことによって具体的な変化 $\psi\to\phi_n$ を記述できるはずがないのである．

第三節　ミクロとマクロの論理

さて，波束の収縮は偶然に支配された現象である，と述べたが一体完全な情報が与えられた場合に物体の挙動をきちんと捉えられないなどということが有って良いのだろうか？これに答えるのがベルの定理（Bell）であって，量子力学の持つ偶然性に強く反発したアインシュタインの「神はさいころを振らない」という言葉に対して決定的な結果を与えたものとして有名である．ここではその導出は行わないが，以降の議論に関係するのでその意義を簡単に解説する．

一般に偶然の現象は確率として捉えられるが，通常の確率論においては「確率」というものは我々の先験的無知に由来するものと理解されているであろう．例えば「さいころを振る」という行為を考える場合，さいころの運動をニュートン方程式に従って完全に解くことができるならば，さいころが手を離れたときの初期条件さえわかればどの目がでるかは，初期条件によって完全に決まるはずである．しかし実際的には初期条件をしぼりきれず，しかも我々に知覚できる初期条件のあいまいさの範囲にはどの目のでる状態も等しく入っているため，どの目がでるかは 1/6 ずつの確率になる，という訳である．このことを言い換えるとあらゆる初期条件のなす集合 Ω 上に各目の出ることが決定的な集合が 6 つあり，我々の知覚できる範囲での初期条件のあいまいさの範囲を U（Ω の部分集合である）とおくと，U は前記 6 つの集合が等しい「体積」でもって構成されている，ということである．

一般の確率現象はさいころを振る話と同様に定式化される．すなわち我々が全知全能であれば区別できる多くの状態のなす点集合 Ω（各状態を点と考えている）が存在して，ある条件 $\boldsymbol{U}$ を満たす状態が選ばれる確率 $P(\boldsymbol{U})$ とはの部分集合 U の「体積」の全体の「体積」に対する割合に他ならない，という形に定式化されるのは自然だろう．この意味で確率論を積分論の一分野に帰着させることは数学では常識の範囲である．さて，量子力学の「確率解釈」すなわち前述の，波動関数 ψ が物理量 A に対応する演算子 $\boldsymbol{A}$ の固有関数系を用いて $\psi=\sum_n a_n\phi_n$ と書かれるとき，A の測定で値 α_n が観測される「確率」は $|a_n|^2$ に等しい，という場合の「確率」は**通常の意味での確率論の範疇外である**，という事実がベルの証明したことである．すなわち量子力学においては，我々の知らない情報があって，それさえ判れば確率 1 で物事を予言できるようにはなっていないのである．ベルの定理の証明を吟味すると，それは量子力学特有の物理量の非可換性に由来することがわかる．古典力学の世界においてはすべての物理量は同時に測定可能だが，量子力学においては物理量 A と B に対応する演算子 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ が非可換ならば，同時に A と B を（正確に）測定することは不可能なのである．実際測定されるのは各演算子の固有値であるのだから，非可換な演算子は同時対角化不可能である以上同時に両者の固有値が求められることはない．一方で，各量はひとつずつなら測定可能であるから**実在の物理量**であることも確かである．

さて「物理量Aがこれこれの範囲にある」といったタイプの命題の集合を考えれば，古典力学においてはこれらの命題たちが古典論理に従うのは明白である．ところが量子力学においてはそもそも 2 つの命題の共通命題さえ作ることができないわけでもはやミクロにおける物理的命題の論理構造とマクロにおけるそれ（＝古典論理学）は本質的に

異なったものになるわけである．（量子力学に関する命題について「かつ」や「または」を意味する結合子を定義することは可能であるがそれは古典論理のそれとは別物である．但し2つの命題に登場する演算子 A と B が可換なら「かつ」と「または」は古典論理のそれと同じである）以上を踏まえていよいよ Everett の量子力学の解釈に進もう．

第四節　Everett 解釈

Everett（1957）は前提として無条件に系全体がシュレーディンガー方程式に従うことを要請する．すなわち観測機械まで含めた全体のハミルトニアン H に対して，被測定系と測定系の全体の波動関数がシュレーディンガー方程式に従って時間発展するものとする．さてこのとき全体のヒルベルト空間は被測定系のそれ E と測定系のそれ E_{ap} のテンソル積になるであろう．そして測定前の初期状態は被測定系の波動関数を ψ，測定系のそれを Ψ_0 として，$\psi\otimes\Psi_0$ とかかれるだろう．今簡単のため電子スピンの向きのような2自由度の系の測定を行うとして，上（下）向きスピンの固有状態を $\phi_{\uparrow(\downarrow)}$ と置こう．もし ψ が初めから固有状態 $\phi_\uparrow$ にあれば，測定の結果測定系の波動関数は100% $\Psi_\uparrow$ に変化し（添え字は測定系が上向きスピンを観測したことを意味する），初期状態が下向きスピンだった場合も同様であろう．従ってシュレーディンガー方程式に従った時間発展は，$\varphi_\uparrow\otimes\Psi_0\rightarrow\varphi_\uparrow\otimes\Psi_\uparrow$，$\varphi_\downarrow\otimes\Psi_0\rightarrow\varphi_\downarrow\otimes\Psi_\downarrow$ となるだろう．従って方程式の線形性から，被測定系の初期状態 $\psi=a\varphi_\uparrow+b\varphi_\downarrow$ に対しては $\psi\otimes\Psi\rightarrow a\varphi_\uparrow\otimes\Psi_\uparrow+b\varphi_\downarrow\otimes\Psi_\downarrow$ という時間発展が，測定に伴って行われる，というのが Everett の主張である．すなわち**波束の収縮は生じない，**というのが根本主張である．しかし現実の我々は確かに測定装置がどちらかの結果唯一つを記録したことを確認できる．それは，我々がそう感じるだけであって，$a\varphi_\uparrow\otimes\Psi_\uparrow+b\varphi_\downarrow\otimes\Psi_\downarrow$ が測定後の波動関数であることは間違いない，というのである．そしてこの波動関数の2つの項のうち一つだけが我々には現実として感知され，もう一項は感知されない，しかしどちらの項が現実として感知されるかは全く偶然によるものである，と考えるので，いわば測定後には2つの「現実」が交わることなく「存在」している，といっても良いことになる．すなわち「世界」が2つに分かれたわけで，これが本論文の表題にある「多世界解釈」の語源になっているのである．但し当初 Everett はそこまで踏み込んでいなく，このような解釈は De Witt（1973）によるものである．なお Everett による，現象の確率解釈はどのようなものかと言うと，それは基本的には伝統的なものと同じで，もし全系の波動関数 Ψ が，正規直交系 $\{\Phi_n\}$ によって $\Psi=\sum_n a_n\Phi_n$ と展開されるならば，Φ_n が選択される確率は $|a_n|^2$ で与えられる，というものである．なお $|a_n|^2=|<\Psi|\Phi_n>|^2$ と書けるから，$|a_n|^2$ は純粋に全系の波動関数と，測定結果を表す波動関数のみに依存する．

この結果のどこが通常の解釈に比べて優れているかと言うと，まず測定過程だけ特別視して，シュレーディンガー方程式の適用外，などとしていないところがあげられよう．一方でこの世界がマクロなレベルの波動関数の多数の重ね合わせになっているのが真実で，その一部しか我々は「現実」として知覚していない，というのは科学理論として余計なものを持ち込みすぎているきらいがある．そして人物 X に対する「現実」と人物 Y に対する「現実」が異なっていることは実際にはないのに，この解釈だとそういう惧れがでてくるのではないか，という疑問も浮かぶだろう．しかし，この心配は無いところが Everett 解釈のもう一つの利点と考えられる．

前節で述べたようにミクロの力学（量子力学）を支配する論理と，マクロの論理は異なる．しかるに「測定系」の波動関数を $\Psi_\uparrow$ などと簡単に書いてしまったが，添え字↑は，「観測装置が，被測定系のスピンが上向きであることを記録した」ということを意味するものであり，明らかに観測装置が何らかの決定的な結果を記録する，という現象はマクロな側に属する現象である．従って他のマクロな対象，X，Y，Z…に対してそれらの波動関数を Ψ_X，Ψ_Y，Ψ_Z…と表せば初期状態 $\Psi=\psi\otimes\Psi_0\otimes\Psi_{X0}\otimes\Psi_{Y0}\otimes\Psi_{Z0}\otimes\cdots$ にあった系はスピンの向きの測定後 $a\varphi_\uparrow\otimes\Psi_\uparrow\otimes\Psi_{X\uparrow}\otimes\Psi_{Y\uparrow}\otimes\Psi_{Z\uparrow}\otimes\cdots b\varphi_\downarrow\otimes\Psi_\downarrow\otimes\Psi_{X\downarrow}\otimes\Psi_{Y\downarrow}\otimes\Psi_{Z\downarrow}\otimes\cdots$ となって，マクロな実体 X，Y，Z …は常に同じ「現実」を感じることになるのである．結局のところを言うと実際のマクロな波動関数 Ψ に全系のハミルトニアン H に由来するラベルをつけて完全に指定することはできないが，少なくとも近似的には可換である，マクロスコッピックな量 X，Y，Z …に対応する演算子に関しては $\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}$，$\boldsymbol{Z}$…の与える物理量はこの演算子が可換な故，それらの量に関する命題関係は全て古典論理でもって処理できるのでいくら世界が無数に「分かれている」ような描像の下でも，「古典的，マクロ的現実」は整合性をもって一つに決まるわけである．

第五節　まとめと結語

Everett に従って，マクロな系も込めた系の量子力学的発展をシュレーディンガー方程式のみで解釈するならば，全系の波動関数は一般にはマクロレベルで結果の異なる様々な状態を表す多数の直交する波動関数の重ね合わせに必然的になる．しかしマクロレベルで観測される量は我々の原始時代からの経験から明らかなように古典論理に従うので，マクロレベルの実体同士が共有する「現実」は前述の多数の波動関数のうちの一つが表現するものに限られる．そしてミクロな変数の変化を測定装置を用いてマクロレベルで観測する際には量子力学がもつ本来的な偶然性に左右されるため，我々がどのような観測結果を得るかは前もって知ることは絶対不可能である．

本論文における多世界解釈の定式化のレベルでは到底科学理論と呼べる範囲に達していないが現在のミクロともマクロともつかない所謂メゾスコピック領域の実験の発展は多世界解釈の優位性を明らかに出来るかもしれない．すなわち波動関数を特徴付けるラベルが適度に「可換」とみなせるが，実際には非可換なものに対する測定等によって，我々から見て一つに見える「現実」の裏に隠された多数の状態の重ね合わせの効果が露になる可能性がある．すなわち近似的には系の状態を指定するに十分な物理量の組 $\boldsymbol{X}$ があったとして，当初の測定ではそれが $\boldsymbol{X}_0$ 値をもつことが確認されていたのに，ある種の時間発展以降の，別の量 $\boldsymbol{Z}$ の観測結果の解釈にはどうしても $\boldsymbol{X}_0$ とは異なる値 $\boldsymbol{X}_1$ で表される状態が重ねあわされていないと不都合である，というような現象がみつかったらこれは確かに Everett 解釈と波束の収縮解釈（$\boldsymbol{X}$ の測定後系は測定値 $\boldsymbol{X}_0$ に対応する波動関数だけになる，という主張であった）を峻別するものとなり，科学理論として両者は区別できるものとなろう．本来はそのような実験の具体例を発見してから報告すべきであるが，Everett より始まった多世界解釈の流派に，「現実世界」の存在の整合性に関して古典論理の通用する変数と，量子力学的に扱わねばならない変数の区別に注目したものは無いように見受けられるので本小論をしたためた次第である．

文　献

DeWitt, B. S., and N. Graham (eds): (1973), *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton).

Everett, H.: (1957), "'Relative State' Formulation of Quantum Mechanics", *Reviews of Modern Physics* 29:

Von Neuman, J.: 井上　健／広重　徹／恒藤敏彦訳 (1957), 「量子力学の数学的基礎」みすず書房．

近年のインターネットの発展を利用して以下のサイトの記事を大変参考にさせて頂いた．

http://www.threeweb.ad.jp/~qm/index_jap.html

http://plato.stanford.edu/contents.html 中の Bell's Theorem (Abner Shimony), collapse theories (Giancarlo Ghirardi), Everett's relative-state formulation of (Jeffrey Barrett), many-worlds interpretation of (Lev Vaidman) の各項．

要　約

量子力学の非決定的時間発展と，その系の物理量測定に関する実験事実の解釈として H. Everett によって創められた量子力学の多世界解釈について論じた．いわゆる波束の収縮，と呼ばれる現象は Everett の量子力学には登場しないが，その代わりに我々にとって一つに見える現実世界が実は多数の異なる世界の重ね合わせの状態として表現される，というのが多世界解釈の基礎だが，ではなぜ我々は一つの現実世界を共有できるかについて，マクロな変数は我々の経験上古典論理に従うこと，一方真に量子力学的な変数は決して古典論理に従わないことに注目して論じた．現在盛んになってきているメゾスコピック系での量子性が顕著に現れる実験によっては Everett 解釈と波束の収縮による解釈の優劣がはっきりする可能性があることを指摘した．